MARINHA DO BRASIL

CORPO DE ENGENHEIROS DA MARINHA (CEM)

CONHECIMENTOS BÁSICOS (PRIMEIRA FASE)

PROVA COMUM A TODAS ENGENHARIAS

MARINHA 2018

PROVA OBJETIVA

QUESTÕES RESOLVIDAS PASSO A PASSO

PRODUZIDO POR EXATAS CONCURSOS

www.exatas.com.br

v1

Índice De Questões

Conhecimentos Básicos - Corpo de Engenheiros da Marinha - CP-CEM 2018

Questões resolvidas nesta apostila: 20

QUESTÃO 1

CONHECIMENTOS BÁSICOS - CORPO DE ENGENHEIROS DA MARINHA - CP-CEM 2018

A função $f:(-1,1) \rightarrow \mathbb{R}$ é dada pela série de potências $\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)x^{2n}$.

Então $\int_{\frac{-1}{2}}^{\frac{1}{2}} f(x)dx$ é igual a:

(A) $\frac{1}{3}$

(B) $\frac{2}{3}$

(C) 1

(D) $\frac{4}{3}$

(E) $\frac{8}{3}$

RESOLUÇÃO

Observa-se que, para os possíveis valores de n, temos:

$\mathbf{n = 0:}$ $(2 \times 0 + 1)x^{(2\times 0)} = 1$

$\mathbf{n = 1:}$ $(2 \times 1 + 1)x^{(2\times 1)} = 3x^2$

$\mathbf{n = 2:}$ $(2 \times 2 + 1)x^{(2\times 2)} = 5x^4$

$\mathbf{n = 3:}$ $(2 \times 3 + 1)x^{(2\times 3)} = 7x^6$

...

Então podemos escrever $f(x)$ como:

$$f(x) = 1 + 3x^2 + 5x^4 + 7x^6 + \ldots$$

Como a integral é um operador linear, temos que:

$$\int_{-1/2}^{1/2} f(x)\,dx = \int_{-1/2}^{1/2} (1 + 3x^2 + 5x^4 + 7x^6 + \ldots)\,dx$$

$$\int_{-1/2}^{1/2} f(x)\,dx = \int_{-1/2}^{1/2} dx + \int_{-1/2}^{1/2} 3x^2\,dx + \int_{-1/2}^{1/2} 5x^4\,dx + \int_{-1/2}^{1/2} 7x^6\,dx + \int_{-1/2}^{1/2} \ldots\,dx$$

Além disso, como todos os termos, exceto 1, são potências pares, sabemos que $f(x)$ **é uma função par**. Para toda função par $P(x)$ contínua e integrável vale:

$$\int_{-a}^{a} P(x)\,dx = 2\int_{0}^{a} P(x)\,dx$$

Portanto:

$$\int_{-1/2}^{1/2} f(x)\,dx = 2\int_{0}^{1/2} \quad dx$$

Como sabemos que a integral de polinômios é dada por:

$$\int_0^a x^n\,dx = \frac{a^{n+1}}{n+1}$$

Conseguimos resolver as integrais facilmente:

$$\int_{-1/2}^{1/2} f(x)\,dx = 2\int_0^{1/2} f(x)\,dx$$

$$\int_{-1/2}^{1/2} f(x)\,dx = 2\Big[x + x^3 + x^5 + x^7 + \dots\Big]_0^{1/2}$$

$$\int_{-1/2}^{1/2} f(x)\,dx = 2\left[\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \left(\frac{1}{2}\right)^7 + \dots\right]$$

Colocando o termo $\dfrac{1}{2}$ em evidência, teremos:

$$\int_{-1/2}^{1/2} f(x)\,dx = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{1}{2}\right)^6 + \dots$$

Assim, temos que a integral em pauta é a soma dos elementos de uma **progressão geométrica infinita** de primeiro termo a_1 e razão geométrica q iguais a:

$$a_1 = 1 \qquad\qquad q = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

Sabe-se, da matemática do ensino médio, que a soma dos termos de uma PG infinita (com $q < 1$) é dada por:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-q}$$

Assim, basta substituir $a_1 = 1$ e $q = \frac{1}{4}$:

$$\int_{-1/2}^{1/2} f(x)\,dx = \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{4}\right)}$$

$$\int_{-1/2}^{1/2} f(x)\,dx = \frac{1}{\left(\frac{4-1}{4}\right)}$$

$$\int_{-1/2}^{1/2} f(x)\,dx = \frac{4}{3}$$

ALTERNATIVA (D)