CONCURSO PÚBLICO NACIONAL UNIFICADO (CNU)

BLOCO 8 - NÍVEL INTERMEDIÁRIO

MATEMÁTICA

CONTEÚDO TEÓRICO RESUMIDO

PRODUZIDO POR EXATAS CONCURSOS

www.exatas.com.br

v1

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

FUNDAMENTOS

1.1 Conjuntos Numéricos

Os conjuntos numéricos são agrupamentos de números que compartilham propriedades semelhantes, sendo os mais comuns: números naturais, inteiros, racionais e reais. Vamos entender cada um deles.

1.1.1 Números Naturais ($\mathbb{N}$)

Os números naturais são um conjunto fundamental na matemática, representando os números usados para contar e ordenar elementos de um conjunto. O conjunto dos números naturais, representado por $\mathbb{N}$, é o seguinte:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$$

O conjunto dos números naturais que **não inclui o zero** é denotado por $\mathbb{N}^*$:

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, ...\}$$

1.1.2 Números Inteiros ($\mathbb{Z}$)

Um número é dito inteiro se ele pode ser representado sem uma parte fracionária. Os números inteiros incluem os números naturais e seus respectivos opostos (negativos), portanto:

$$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$$

Alguns subconjuntos de $\mathbb{Z}$ são: $\mathbb{Z}^*$ (inteiros sem o zero); $\mathbb{Z}_+$ (inteiros não-negativos); $\mathbb{Z}_+^*$ (inteiros não-negativos, sem o zero); $\mathbb{Z}_-$ (inteiros não-positivos); $\mathbb{Z}_-^*$ (inteiros não-positivos, sem o zero);

1.1.3 Números Racionais ($\mathbb{Q}$)

Um número é racional se ele pode ser expresso como uma fração do tipo $\frac{a}{b}$, sendo a e b números inteiros e $b \neq 0$. Como b pode ser 1, todo número inteiro é também um número racional. Exemplos de números racionais: $\frac{3}{2}$, $\frac{1}{3}$, 7 e $\frac{-7}{4}$.

Formalmente, o conjunto dos números racionais é definido como:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \,|\, a \in \mathbb{Z} \quad \text{e} \quad b \in \mathbb{Z}^* \right\}$$

1.1.4 Números Reais ($\mathbb{R}$)

O conjunto dos números reais inclui todos os números racionais, além dos irracionais (números que não podem ser expressões como frações, como π ou $\sqrt{2}$, por exemplo).

Imagine os números reais como os pontos de uma reta infinita, graduada. Entre os números 1 e 2 da reta, por exemplo, existem infinitos pontos ($1{,}1$, $1{,}2$, $1{,}21$, $1{,}213$, $\sqrt{2}$...), logo **o conjunto dos números reais é infinito e não contável**.

1.2 Múltiplos, Divisores e Números Primos

Diz-se que um número inteiro b é **múltiplo** de um número inteiro a, se existir um inteiro k tal que: $b = a \cdot k$. Neste caso dizemos, também, que a é **divisor** de b.

Por exemplo: O número inteiro 20 pode ser expresso como $20 = 4 \times 5$. Portanto 20 é múltiplo de 4 e também múltiplo de 5. Neste caso, 4 e 5 são divisores de 20.

Os números que são maiores que 1 e possuem apenas dois divisores (1 e o próprio número), são chamados de **números primos**. Alguns números primos são:

$$\text{Primos} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, ...\}$$

1.2.1 Máximo Divisor Comum (MDC)

O Máximo Divisor Comum (MDC) representa o maior número real que divide dois ou mais números reais sem deixar resto. Em outras palavras, é o **maior número que é um divisor comum** a todos os números dados.

A maneira mais simples de calcular o MDC, para números pequenos, é realizar a fatoração dos números. Os fatores em comum representarão o MDC, como mostrado no exemplo abaixo:

EXEMPLO:

Calcule o máximo divisor comum (MDC) de 30 e 24.

Para calcularmos $\text{mdc}(30, 24)$ podemos realizar a fatoração de ambos:

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$
$$24 = 2^3 \times 3$$

Os fatores em comum às duas fatorações são 2×3 (pega-se o menor expoente), portanto:

$$\text{mdc}(30, 24) = 2 \times 3 = 6$$

Outro método para calcular o MDC é Algoritmo de Euclides, que você pode consultar neste link, mas que dificilmente é cobrado em concursos.

1.2.2 Mínimo Múltiplo Comum (MMC)

Como o nome denuncia, o mínimo múltiplo comum de dois números inteiros a e b é o menor inteiro positivo que é múltiplo simultaneamente de a e de b.

O MMC de dois números a e b pode ser calculado como:

$$\boxed{\text{mmc}(a, b) = \frac{a \cdot b}{\text{mdc}(a, b)}}$$

CAPÍTULO 11

GEOMETRIA ESPACIAL

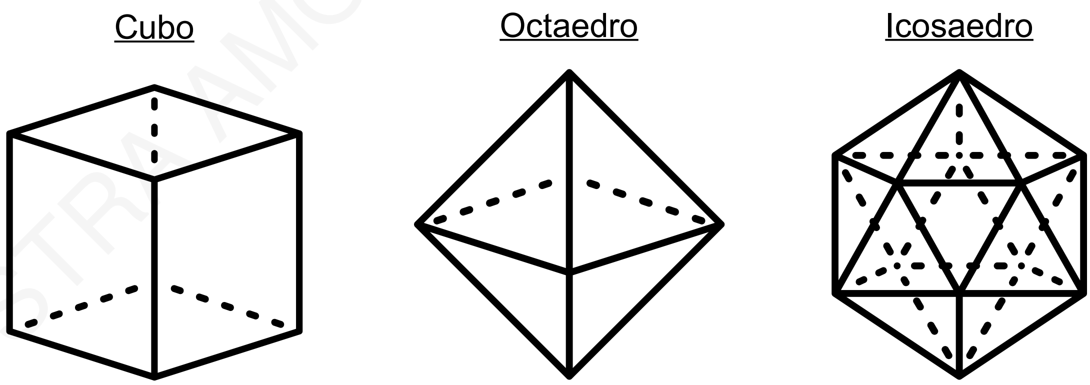
Enquanto a geometria plana trata de figuras geométricas bidimensionais (pertencentes a um plano), a geometria espacial trata de **objetos tridimensionais** (com comprimento, largura e altura), muitas vezes chamados de sólidos. Neste capítulo conheceremos os principais sólidos, e veremos como calcular seus volumes e áreas.

11.1 Poliedros

Um poliedro é uma figura geométrica tridimensional limitada por **faces planas poligonais**. Três elementos definem a estrutura de um poliedro:

- **Faces**: Superfícies planas que compõem a parte externa do sólido;
- **Arestas**: É a linha formada pela interseção de duas faces;
- **Vértices**: São os pontos onde as arestas se encontram (os "cantos" do sólido).

Abaixo alguns exemplos de poliedros:



Para todos os poliedros possíveis, vale a **Relação de Euler**:

$$\boxed{V + F - A = 2}$$

sendo F o número de faces, A o número de arestas e V o número de vértices.

O octaedro, por exemplo, tem 6 vértices, 8 faces e 12 arestas:

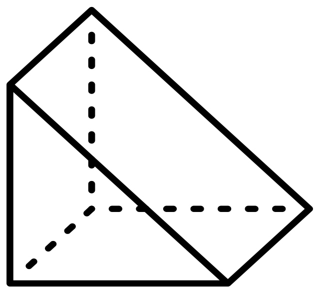
$$V + F - A = 6 + 8 - 12 = 2$$

Dentre os polígonos, os tipos que mais são cobrados em concursos de ensino médio são: prismas e pirâmides.

11.2 Prismas

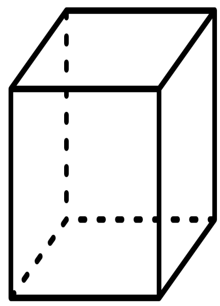
Dentre os poliedros existem os prismas, que correspondem aos sólidos que possuem duas **bases paralelas idênticas**, poligonais. Se a forma das bases é um triângulo, dizemos que o prisma é triangular; se é um pentágono, dizemos que o prisma é pentagonal; e etc. Veja abaixo três exemplos de prismas:

Prisma Triangular



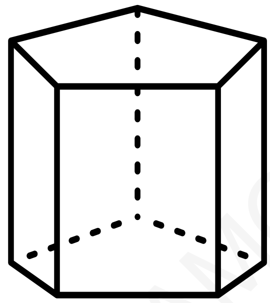
Faces: 5
Arestas: 9
Vértices: 6

Prisma Retangular



Faces: 6
Arestas: 12
Vértices: 8

Prisma Pentagonal



Faces: 7
Arestas: 15
Vértices: 10

Perceba que representamos o prisma triangular “deitado” (com suas bases paralelas ao plano da página), enquanto os demais estão “em pé” (bases em perspectiva), para você ter em mente que pode encontrar prismas em orientações distintas.

Na figura destacamos o número de faces (F), arestas (A) e vértices (V) para você verificar como a Relação de Euler é válida para todos prismas, afinal todo prisma é um poliedro.

11.2.1 Área do Prisma

A área superficial de um prisma corresponde a duas áreas da base A_b (afinal são duas bases iguais), mais a área lateral A_l (composta de n retângulos/paralelogramos):

$$\boxed{A_{\text{prisma}} = 2A_b + A_l}$$

Portanto se o prisma for pentagonal reto, por exemplo, a área será igual à soma da área de dois pentágonos (bases) com 5 retângulos (área lateral).

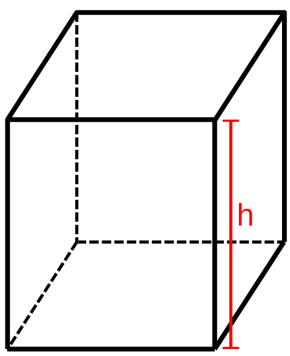
11.2.2 Volume do Prisma

É simplesmente a multiplicação da área de uma base (A_b) pela altura do prisma (h):

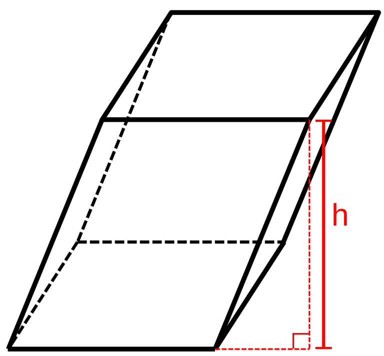
$$\boxed{V_{\text{prisma}} = A_b \cdot h}$$

A altura de um prisma corresponde à distância perpendicular entre as bases, seja o prisma reto ou oblíquo:

Prisma Reto



Prisma Oblíquo



Se as arestas forem dadas em cm, por exemplo, a unidade de área será cm^2 e de volume cm^3.